View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Samara University

Конечный автомат для моделирования взаимодействия роя роботов

А.П. Котенко

Самарский национальный исследовательский университет тмени академика С.П. Королёва, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

Аннотация

Построим автомат K с алфавитом, представляющим в дискретном времени попытки проникновения на защищаемый объект, и множеством состояний, отражающим реакции роя роботов-охранников. Модель объекта – прямоугольник из квадратных ячеек. Вариант проникновения – появление одиночных нарушителей в любом наборе ячеек. Нейтрализация нарушителя – перемещение робота роя в соответствующий квадрат в следующем такте времени. Разрешим перемещение роботов между любыми ячейками объекта за один такт времени, однако учтём суммарные затраты на перемещение роя в зависимости от расстояния между ячейками. Минимизируем затраты с помощью транспортной задачи и построим дизъюнктивную форму, реализующую оптимальную стратегию роя роботов в зависимости от стратегии поведения группы нарушителей.

Ключевые слова: конечный автомат; управление роем роботов; транспортная задача линейного программирования; оптимальная стратегия поведения роя роботов

1. Введение

Предложим моделирование стратегии роя роботов, охраняющего определённую территорию, методами теории конечных автоматов.

Построим автомат $K(A,Q)$ с конечным алфавитом $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$, представляющим варианты попыток проникновения на защищаемый объект в такт времени t_1, $t_2,\ldots$, $t_k,\ldots$, и конечным множеством состояний $Q=\{q_1,q_2,\ldots,q_m\}$, отражающим соответствующие реакции роя роботов на попытки проникновения.

2. Постановка задачи

Пусть охраняемая территория – прямоугольник Z, разбитый на $X\times Y$ одинаковых квадратов m_{xy}: $x\in\overline{1,X}$; $y\in\overline{1,Y}$; $X,Y\in\aleph$ (индексация ячеек представлена в таблице 1). Под вариантом попытки проникновения понимаем появление одиночных нарушителей в любом наборе квадратов m_{xy}. Таким образом, мощность входного алфавита $n=|A|=2^{XY}$. Пусть максимальное число нарушителей $N\geq 0$ в течение одного такта нападения меньше общего числа квадратов XY.

Таблица 1. Индексация ячеек области Z

m_{11}	m_{12}	m_{13}	m_{14}	…	$m_{1,Y-1}$	$m_{1,Y}$
m_{21}	m_{22}	m_{23}	m_{24}	…	$m_{2,Y-1}$	$m_{2,Y}$
m_{31}	m_{32}	m_{33}	m_{34}	…	$m_{3,Y-1}$	$m_{3,Y}$
…	…	…	…	…	…	…
$m_{X-1,1}$	$m_{X-1,2}$	$m_{X-1,3}$	$m_{X-1,4}$	…	$m_{X-1,Y-1}$	$m_{X-1,Y}$
$m_{X,1}$	$m_{X,2}$	$m_{X,3}$	$m_{X,4}$	…	$m_{X,Y-1}$	$m_{X,Y}$

На входе автомата $K(A,Q)$ получим любую последовательность символов алфавита A, описывающую появление нарушителей в ячейках защищаемой территории Z в последовательные такты времени.

Начальным состоянием q_1 считаем расположение всех $M\geq N$ роботов по одному в квадратах m_{xy} с наименьшей суммой индексов $x+y$. Пример начального размещения роя роботов приведён в таблице 2.

Таблица 2. Начальное размещение q_1 роя из M=5 роботов в области Z

1	1	1	-	…	-
1	1	-	-	…	-
-	-	-	-	…	-
…	…	…	…	…	…
-	-	-	-	…	-
-	-	-	-	…	-

Потребуем, чтобы в дальнейшем в каждой ячейке области Z находилось не более одного робота. Нейтрализацией нарушителя, появившегося в такте времени t_k в квадрате m_{xy}, считаем перемещение любого робота роя в этот квадрат в следующем такте времени t_{k+1}. Если в квадрате с нарушителем в момент t_k уже находится робот-охранник, то нарушителя считаем обезвреженным, если хотя бы один робот оказался в данной ячейке в следующий момент времени t_{k+1}, то есть одному из роботов достаточно остаться в данной ячейке для нейтрализации нарушителя.

Пусть общее число роботов меньше числа ячеек $M<XY$, в противном случае имеется тривиальное решение для защиты территории Z без затрат на перемещение роя: нужно разместить хотя бы по одному роботу в каждом квадрате охраняемой территории.

Разрешим перемещение любого элемента роя между любыми квадратами охраняемого объекта Z за один такт времени. Однако учтём затраты на такое перемещение в зависимости от расстояния между этими ячейками:
$$d\left(m_{x_1 y_1}, m_{x_2 y_2}\right) = \left|x_1 - x_2\right| + \left|y_1 - y_2\right|.$$

Отметим, что возможно использование любой метрики, учитывающей, к примеру, декартово расстояние между центрами ячеек и дополнительные затраты на нейтрализацию нарушителя в некоторых ячейках. Возможно также введение метрики без аксиом симметрии ($d(A,B)=d(B,A)$) и отделимости ($d(A,B)=0 \leftrightarrow A=B$).

В таблице 3 приведены результаты расчёта расстояний в метрике d для угловой ячейки.

Таблица 3. Расстояния в метрике d от ячейки m_{11} до остальных ячеек области Z

0	1	2	3	…	Y–2	Y–1
1	2	3	4	…	Y–1	Y
2	3	4	5	…	Y	Y+1
…	…	…	…	…	…	…
X–2	X–1	X	X+1	…	$X+Y$–4	$X+Y$–3
X–1	X	X+1	X+2	…	$X+Y$–3	$X+Y$–2

Для примера в таблице 4 приведём также результаты расчёта расстояний от одной из внутренних ячеек области Z.

Таблица 4. Расстояния в метрике d от ячейки m_{23} до остальных ячеек области Z размера 5×7

3	2	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	2	3	4	5
4	3	2	3	4	5	6
5	4	3	4	5	6	7

Для области заданного размера расстояния между ячейками задаются симметрической квадратной матрицей (см. пример в таблице 5). Для метрики без аксиомы симметрии эта матрица станет несимметричной.

Таблица 5. Матрица парных расстояний между ячейками области Z размера 4×3

	m_{11}	m_{12}	m_{13}	m_{21}	m_{22}	m_{23}	m_{31}	m_{32}	m_{33}	m_{41}	m_{42}	m_{43}
m_{11}	0	1	2	1	2	3	2	3	4	3	4	5
m_{12}	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4	3	4
m_{13}	2	1	0	3	2	1	4	3	2	5	4	3
m_{21}	1	2	3	0	1	2	1	2	3	2	3	4
m_{22}	2	1	2	1	0	1	2	1	2	3	2	3
m_{23}	3	2	1	2	1	0	3	2	1	4	3	2
m_{31}	2	3	4	1	2	3	0	1	2	1	2	3
m_{32}	3	2	3	2	1	2	1	0	1	2	1	2
m_{33}	4	3	2	3	2	1	2	1	0	3	2	1
m_{41}	3	4	5	2	3	4	1	2	3	0	1	2
m_{42}	4	3	4	3	2	3	2	1	2	1	0	1
m_{43}	5	4	3	4	3	2	3	2	1	2	1	0

Общие затраты $S(a(t_k),q(t_k))$ на ликвидацию атаки $a(t_k)$ в момент t_k определим суммой затрат на перемещение роя роботов из квадратов его размещения $q(t_k)$ в момент t_k в квадраты с нарушителями. Так как $M \geq N$, то задача нейтрализации нарушителей выполнима всегда, но в зависимости от назначения роботам-охранникам тех или иных целей-нарушителей суммарная стоимость реализации будет различной. Минимизируем её: $S(a(t_k),q(t_k)) \to \min$.

По таблице 5 легко рассчитать расстояние для перемещения робота из ячейки, в которой он находится в момент t_k, в ячейку, в которой он должен оказаться в момент t_{k+1}. Результаты расчёта таких расстояний приведём в таблице 6.

Таблица 6. Таблица парных расстояний между ячейками области Z размера 4×3 при появлении N=3 нарушителей в ячейках m_{12}, m_{23}, m_{33} в начальный момент t_1 для роя M=3 роботов

	m_{12}	m_{23}	m_{33}
m_{11}	1	3	4
m_{12}	0	2	3
m_{21}	2	2	3

Остаётся предложить алгоритм определения минимальных суммарных расходов на перемещение всего роя роботов. Воспользуемся для этого известными методами решения транспортной задачи линейного программирования.

3. Связь с транспортной задачей линейного программирования

Для примера, представленного в таблице 6, получим оптимизационную задачу, относящуюся к транспортным задачам линейного программирования. Здесь $a(t_1)=(m_{12},m_{23},m_{33})$, $q(t_1)=(m_{11},m_{12},m_{21})$.

Один из её нескольких оптимальных планов: робот в клетке m_{12} остаётся на месте для нейтрализации нарушителя в своей ячейке; робот из клетки m_{11} нейтрализует нарушителя в клетке m_{23}; робот из клетки m_{21} нейтрализует нарушителя в клетке m_{33}; суммарные затраты $S(a(t_1),q(t_1))=6$.

Таким образом, один из элементов матрицы переходов автомата $K(A,Q)$ найден:
$q((m_{11},m_{12},m_{21}),(m_{12},m_{23},m_{33}),t_2)=(m_{23},m_{12},m_{33})$.

Представление конечного автомата каноническим уравнением $q(q_k,a_k)=q_{k+1}$, например, с помощью совершенной дизъюнктивной нормальной формы позволяет моделировать реакцию роя роботов на все возможные варианты атак нарушителей, используя оптимальную по затратам стратегию охраны объекта.

На примере таблицы 6 предложим следующее экономное решение транспортной задачи (см. таблицу 7). Оно использует метод потенциалов для проверки оптимальности найденного опорного плана транспортной задачи. Такое оформление решения позволяет однократно (off-line) рассчитать оптимальные стратегии перехода роботов-охранников в целевые ячейки, осуществляя on-line реакцию на появление роя нарушителей.

Таблица 7. Оформление решения транспортной задачи, представленной удельными транспортными затратами из таблицы 6

И\П	m_{12}			m_{23}			m_{33}			$\sum$
m_{11}	u_1		1	u_2	1	3	u_3		4	1
	u_1+v_1		v_1	u_2+v_1		v_1	u_3+v_1		v_1	
m_{12}	u_1	1	0	u_2		2	u_3		3	1
	u_1+v_2		v_2	u_2+v_2		v_2	u_3+v_2		v_2	
m_{21}	u_1		2	u_2		2	u_3	1	3	1
	u_1+v_3		v_3	u_2+v_3		v_3	u_3+v_3		v_3	
$\sum$	1			1			1			3\3

Здесь $v_{1,2,3}$, $u_{1,2,3}$ – потенциалы «источников»-роботов и «стоков»-нарушителей в закрытой транспортной задаче с единичными «запасами» (число роботов-охранников в целевой ячейке) и «расходами» (число нарушителей в соответствующей ячейке проникновения). В роли «удельных транспортных затрат» выступают расстояния, представленные в таблице 6.

Очевидно, возможная асимметрия матрицы парных расстояний не является препятствием для применения в транспортной задаче.

Кроме того, известными приёмами может решаться открытая транспортная задача, соответствующая разной мощности роев роботов и нарушителей. При этом получает формализацию модель ситуации, когда нарушителей больше, чем охранников: достаточно ввести дополнительный критерий оценки допустимого ущерба нарушителями, которых не удалось нейтрализовать за один такт времени $t_k \rightarrow t_{k+1}$. Возникающая многокритериальная оптимизационная задача (минимум затрат на нейтрализацию нарушителей за два такта времени с учётом минимума ущерба от нарушителей, просуществовавших до нейтрализации лишний такт времени) заметно усложняет исследование. Возможно сведение такой задачи к однокритериальной введением метрики расстояний между клетками области Z, учитывающей вероятность ущерба от прорыва нарушителей при недостатке роботов-охранников.

4. Заключение

Построение совершенной дизъюнктивной нормальной формы (например, изложенное в работах [1,2]), обеспечивающей переход роя из состояния q_k в состояние q_{k+1} в соответствии с решением, предложенным транспортной задачей линейного программирования, завершает определение искомого конечного автомата $K(A,Q)$.

Моделирование поведения роя роботов позволяет определить оптимальную стратегию охраны заданного объекта при разнообразной стратегии нападения. Аналогично строится модель оптимального поведения роя нарушителей.

Предложенная модель обобщается на случай произвольной области Z с помощью формализации задачи графом с соответствующей метрикой расстояний между вершинами [3,4].

Литература

[1] Котенко, А.П. Аналитическое описание систем массового обслуживания с использованием колец вычетов / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко // Математическое моделирование и краевые задачи: труды Всероссийской научной конференции (2010, Самара). – Самара: Издательство Самарского гос. тех. ун-та, 2010. – С. 136-140.

[2] Котенко, А.П. Моделирование конечными автоматами систем массового обслуживания с различимыми каналами / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко // Известия Самарского научного центра РАН, т.16, № 4(2). – С. 318-321.

[3] Котенко, А.П. Матричная реализация алгоритма подбора числа кластеров размеченного графа / А.П. Котенко, М.С. Щербаков // Информационные технологии и нанотехнологии: материалы Международной конференции (2016, Самара). – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2016. – С. 877-879.
[4] Котенко, А.П. Сведение задачи о числе кластеров к вычислению кратчайших расстояний на графе / А.П. Котенко, М.С. Щербаков // Перспективные информационные технологии: труды Международной научно-технической конференции (2016, Самара). – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2016. – С. 893-895.